

**Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Алтайский филиал  
Кафедра экономики и финансов

**УТВЕРЖДЕНА**  
решением заседания кафедры  
экономики и финансов  
Протокол № 11  
от «12» марта 2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.06 Математическая статистика**

по направлению подготовки: 38.03.01 Экономика

профиль: Налоги и налогообложение

квалификация: бакалавр

форма обучения: очная

Год набора – 2020

Барнаул, 2020 г.

**Авторы–составители:**

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг»

Чернова М.В.

*(ученая степень и(или) ученое звание, должность (наименование кафедры) (Ф.И.О.)*

**Заведующий кафедрой**

«Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» д.э.н. Корищенко К.Н.

*(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)*

## СОДЕРЖАНИЕ

|   |    |
|---|----|
| 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы.....  | 4  |
| 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....  | 4  |
| 3. Содержание и структура дисциплины.....   | 4  |
| 4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....  | 6  |
| 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....  | 24 |
| 6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине..... | 21 |
| 6.1. Основная литература.....   | 21 |
| 6.2. Дополнительная литература.....   | 21 |
| 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....  | 21 |
| 6.4. Нормативные правовые документы.....  | 21 |
| 6.5. Интернет-ресурсы.....  | 21 |
| 6.6. Иные источники.....  | 21 |
| 7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....  | 22 |

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы**

1.1. Дисциплина Б1.О.06 «Математическая статистика» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

| <b>Код компетенции</b> | <b>Наименование компетенции</b>  | <b>Код этапа освоения компетенции</b> | <b>Наименование этапа освоения компетенции</b>  |
|------------------------|--|---------------------------------------|---|
| ОПК ОС-1               | Способность осуществлять обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач. | ОПК ОС – 1.2                          | Способность выбирать и применять методы математической статистики в целях сбора, обработки и анализа данных |



1.2. Использование трудовых функций обязательно только для профессиональных компетенций, установленных самостоятельно

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

### Объем дисциплины

Дисциплина Б1.О.06 «Математическая статистика» составляет 5 зачетных единиц, т.е. 180 академических часов.

На контактную работу с преподавателем выделено 66 часов, из них 32 часа лекций и 32 часа практических занятий, 2 часа выделено на консультацию по промежуточной аттестации; на самостоятельную работу обучающихся выделено 78 часов для очной ф/о.

### Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.О.06 «Математическая статистика» изучается на 2 курсе, в 4 семестре для студентов очной ф/о.

Дисциплина Б1.О.06 «Математическая статистика» реализуется после изучения дисциплины Б1.Б.04 «Математический анализ»; Б1.В.05 «Алгебра»; Б1.В.06 «Теория вероятностей».

Изучение дисциплины заканчивается экзаменом в письменной форме.

## 3. Содержание и структура дисциплины

### Очная форма обучения

| № п/п  | Наименование тем<br>(разелов)                       | Объем дисциплины, час. |   |    |    |     |     | Форма<br>текущего<br>контроля<br>успеваемос<br>ти**,<br>промежуто<br>чной<br>аттестации<br>*** |
|--------|---|------------------------|---|----|----|-----|-----|--|
|        |   | Всего                  | Контактная работа<br>обучающихся с<br>преподавателем<br>по видам учебных<br>занятий |    |    |     | СРС |  |
|        |   |                        | Л   | ЛР | ПЗ | КСР |     |  |
| Тема 1 | Основные понятия и задачи математической статистики | 8                      | 2   |    | 2  |     | 4   | К,Кол  |
| Тема 2 | Точечные оценки параметров распределения.           | 18                     | 4   |    | 4  |     | 10  | К,Кол  |
| Тема 3 | Методы построения точечных оценок                   | 16                     | 4   |    | 4  |     | 8   | К,Кол  |
| Тема 4 | Основные распределения в статистике                 | 12                     | 2   |    | 2  |     | 8   | К,Кол  |
| Тема 5 | Интервальные оценки                                 | 18                     | 4   |    | 4  |     | 10  | К,Кол  |

| № п/п                                    | Наименование тем<br>(разелов)                                | Объем дисциплины, час. |   |    |    |     | СРС | Форма<br>текущего<br>контроля<br>успеваемос<br>ти**,<br>промежуто<br>чной |
|--|--|------------------------|---|----|----|-----|-----|---|
|  |  | Всего                  | Контактная работа<br>обучающихся с<br>преподавателем<br>по видам учебных<br>занятий |    |    |     |     |   |
|  |  |                        | Л   | ЛР | ПЗ | КСР |     |   |
| Тема 6                                   | Проверка статистических гипотез                              | 18                     | 4   |    | 4  |     | 10  | К,Кол   |
| Тема 7                                   | Критерии согласия  | 18                     | 4   |    | 4  |     | 10  | К,Кол   |
| Тема 8                                   | Проверка гипотез об однородности двух выборок.               | 16                     | 4   |    | 4  |     | 8   | К,Кол   |
| Тема 9                                   | Элементы линейного регрессионного и корреляционного анализа. | 18                     | 4   |    | 4  |     | 10  | К,Кол   |
| Консультации на промежуточную аттестацию |  | 2                      |   |    |    |     |     |   |
| Промежуточная атестация                  |  | 36                     |   |    |    |     |     | Экз   |
| Всего по курсу:                          |  | 180                    | 32  |    | 32 |     | 78  |   |

*\*\* – разработчик указывает необходимые формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).*

*\*\*\* - разработчик указывает необходимые формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз).*

## **Содержание дисциплины**

### **Тема 1. Основные понятия и задачи математической статистики**

Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Графическое изображение статистических рядов. Эмпирическая функция распределения.

### **Тема 2. Точечные оценки параметров распределения.**

Понятия статистической оценки. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Выборочные числовые характеристики и их распределения. Точечные оценки генеральной средней, генеральной дисперсии, начальных моментов генеральной совокупности. Теорема Слуцкого. Сходимость по вероятности выборочных центральных моментов. Оценка математического ожидания по неравноточным наблюдениям в классе линейных функций.

Эффективность оценок. Неравенство Рао-Фреше-Крамера.

### **Тема 3. Методы построения точечных оценок**

Метод моментов для точечной оценки параметров распределения. Оценки максимального правдоподобия и их свойства. Метод наименьших квадратов.

### **Тема 4. Основные распределения в статистике**

Квантили и процентные точки распределения. Распределение «хи-квадрат». Распределение Стюдента. Распределение Фишера-Снедекора. Свойства конечной выборки из нормальной генеральной совокупности.

### **Тема 5. Интервальные оценки**

Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал. Интервальные оценки параметров нормального распределения.

Асимптотические доверительные интервалы. Методы их построения. Доверительный интервал для неизвестной вероятности «успеха» в схеме испытаний Бернулли. Интервальные оценивания параметров показательного распределения и распределения Пуассона. Доверительный интервал для разности математических ожиданий двух нормальных распределений.

### **Тема 6. Проверка статистических гипотез**



Статистическая гипотеза. Общее понятие о статистической проверке гипотез. Ошибки первого и второго рода. Оптимальный критерий Неймана-Пирсона для различения двух простых гипотез. Проверка гипотез для одной выборки, для двух и более выборок. Понятие о дисперсионном анализе. Схема однофакторного дисперсионного анализа.

#### **Тема 7. Критерии согласия**

Проверка гипотезы о соответствии наблюдаемых значений предполагаемому распределению (дискретному или непрерывному). Критерии согласия Пирсона и Колмогорова. Критерии проверки гипотез об однородности двух выборок.

#### **Тема 8. Проверка гипотез об однородности двух выборок.**

Критерии хи-квадрат, Колмогорова–Смирнова, ранговые критерии.

#### **Тема 9. Элементы линейного регрессионного и корреляционного анализа.**

Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Коэффициент корреляции. Парная линейная регрессия. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.

### **4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине**

#### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

##### **4.1.1. Формы текущего контроля успеваемости**

| <b>Тема (раздел)</b>  | <b>Методы текущего контроля успеваемости</b> |
|---|--|
| Тема 1. Основные понятия и задачи математической статистики | Контрольная работа №1<br>Коллоквиум №1       |
| Тема 2. Точечные оценки параметров распределения.           | Контрольная работа №1<br>Коллоквиум №1       |
| Тема 3. Методы построения точечных оценок                   | Контрольная работа №1<br>Коллоквиум №1       |
| Тема 4. Основные распределения в статистике                 | Контрольная работа №1<br>Коллоквиум №1       |
| Тема 5. Интервальные оценки                                 | Контрольная работа №1<br>Коллоквиум №1       |
| Тема 6. Проверка статистических гипотез                     | Контрольная работа №2<br>Коллоквиум №2       |

|  |  |
|--|--|
| Тема 7. Критерии согласия  | Контрольная работа №2<br>Коллоквиум №2 |
| Тема 8. Проверка гипотез об однородности двух выборок.               | Контрольная работа №2<br>Коллоквиум №2 |
| Тема 9. Элементы линейного регрессионного и корреляционного анализа. | Контрольная работа №2<br>Коллоквиум №2 |

#### 4.1.2. Материалы текущего контроля успеваемости

##### Типовые оценочные материалы по теме 1 «Основные понятия и задачи математической статистики»

###### **Варианты заданий контрольной работы №1**

1. В супермаркете проводились наблюдения над числом  $X$  покупателей, обратившихся в кассу за один час. Наблюдения в течение 30 часов дали следующие результаты: 70, 75, 100, 120, 75, 60, 100, 120, 70, 60, 65, 100, 65, 100, 70, 75, 60, 100, 100, 120, 70, 75, 70, 120, 65, 70, 75, 70, 100, 100. Составить дискретный вариационный ряд.

2. В городе  $A$  для определения сроков гарантийного обслуживания проведено исследование величины среднего пробега автомобилей, находящихся в эксплуатации в течение двух лет с момента продажи автомобиля магазином. Получен следующий результат (тыс. км.): 20,0; 2,9; 3,0; 4,2; 5,4; 7,3; 9,1; 9,9; 39,0; 11,2; 12,1; 12,2; 25,3; 14,4; 16,8; 17,3; 18,0; 18,3; 18,6; 21,5; 25,0; 26,7; 29,1; 29,6; 30,1; 35,2; 37,4; 40,1; 42,3; 10,6. Составить интервальный вариационный ряд.

###### **Вопросы к коллоквиуму №1**

1. Предмет математической статистики.
2. Генеральная и выборочная совокупности.
3. Статистическое распределение выборки.
4. Графическое изображение статистических рядов.
5. Эмпирическая функция распределения.

##### Типовые оценочные материалы по теме 2 «Точечные оценки параметров распределения»

###### **Варианты заданий контрольной работы №1**

1. Для заданного дискретного ряда распределения определить медиану, моду, выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратичное отклонение, асимметрию и эксцесс.

|             |    |    |    |    |     |     |
|-------------|----|----|----|----|-----|-----|
| $X$         | 60 | 65 | 70 | 75 | 100 | 120 |
| $n_i$       | 3  | 3  | 7  | 5  | 8   | 4   |
| $n_i^{нак}$ | 3  | 6  | 13 | 18 | 26  | 30  |

2. Для заданного интервального ряда распределения найти медиану, моду, выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратичное отклонение, асимметрию и эксцесс.

| $[x_i, x_{i+1})$ | $[2,9;10,9)$ | $[10,9;18,9)$ | $[18,9;26,9)$ | $[26,9;34,9)$ | $[34,9;42,9)$ |
|------------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $n_i$            | 8            | 9             | 5             | 3             | 5             |
| $n_i^{нак}$      | 8            | 17            | 22            | 25            | 30            |

### **Вопросы к коллоквиуму №1**

1. Понятия статистической оценки.
2. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.
3. Выборочные числовые характеристики и их распределения.
4. Точечные оценки генеральной средней, генеральной дисперсии, начальных моментов генеральной совокупности.
5. Теорема Слуцкого.
6. Сходимость по вероятности выборочных центральных моментов.
7. Оценка математического ожидания по неравноточным наблюдениям в классе линейных функций.
8. Эффективность оценок.
9. Неравенство Рао-Фреше-Крамера.

### **Типовые оценочные материалы по теме 3 «Методы построения точечных оценок»**

#### **Варианты заданий контрольной работы №1**

1. Найти оценку метода моментов для параметра  $\lambda$  закона Пуассона.
2. Найти оценку метода максимального правдоподобия для параметров нормального закона распределения по данным выборки.
3. Найти оценку метода наименьших квадратов для генеральной средней.

### **Вопросы к коллоквиуму №1**

1. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
2. Оценки максимального правдоподобия и их свойства.
3. Метод наименьших квадратов.

### **Типовые оценочные материалы по теме 4 «Основные распределения в статистике»**

#### **Варианты заданий контрольной работы №1**

1. Найти интервал  $(\chi_1^2; \chi_2^2)$ , в который случайная величина  $\chi^2$ , имеющая 15 степеней свободы, попадает с вероятностью, равной 0,95.
2. Найти симметричный интервал, в который случайная величина, распределенная по закону Стюдента с 14-ю степенями свободы, попадет с вероятностью 0,95.
3. Найти значение  $x$  из условия  $P(t > x) = 0,995$ , где  $t$  - случайная величина, распределенная по закону Стюдента с 30-ю степенями свободы.

### **Вопросы к коллоквиуму №1**

1. Квантили и процентные точки распределения.

2. Распределение «хи-квадрат».
3. Распределение Стьюдента.
4. Распределение Фишера-Снедекора.
5. Свойства конечной выборки из нормальной генеральной совокупности.

### **Типовые оценочные материалы по теме 5 «Интервальные оценки»**

#### **Варианты заданий контрольной работы №1**

1. При исследовании доходов работников предприятия, численность которого составляет  $N$  человек, было отобрано 80 человек. Ранее проведенные исследования доходов работников предприятия показали, что величина стандартной ошибки средней

$$\Delta_{\bar{x}_B} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ у.е.}$$

На основе выборочных данных была определена средняя месячная заработная плата работников предприятия  $\bar{x}_B$ .

Определить доверительные интервалы для средней месячной заработной платы работников всего предприятия (математического ожидания генеральной совокупности) при доверительной вероятности 0.96.

Рассмотреть два случая: число работников предприятия составляет  $N=2000$  человек; число работников предприятия составляет  $N=300$  человек.

2. Предполагается, что цена на корпоративные акции подчиняется нормальному закону. Были зарегистрированы значения цены (у.д.е.) на конец 50 случайно выбранных дней за последние  $N$  лет.

На основе выборочных данных были получены несмещенные точечные оценки математического ожидания  $\bar{x}_B$  и среднего квадратичного отклонения  $S$ .

Требуется найти 98%-ный доверительный интервал средней цены корпоративных акций. В качестве генеральной совокупности принять: два год; три года.

#### **Вопросы к коллоквиуму №1**

1. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность).
2. Доверительный интервал.
3. Интервальные оценки параметров нормального распределения.
4. Асимптотические доверительные интервалы.
5. Методы их построения.

6. Доверительный интервал для неизвестной вероятности «успеха» в схеме испытаний Бернулли.

7. Интервальные оценивания параметров показательного распределения и распределения Пуассона.

8. Доверительный интервал для разности математических ожиданий двух нормальных распределений.

### **Типовые оценочные материалы по теме 6 «Проверка статистических гипотез»**

#### **Варианты заданий контрольной работы №2**

1. По 100 независимым испытаниям определена относительная частота  $\frac{m}{n}=0,13$ .  
При уровне значимости  $\alpha=0,05$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: p=0,15$  при альтернативной гипотезе  $H_1: p \neq 0,15$ .

2. Проверить нулевую гипотезу о том, что заданное значение  $a_0=10$  является математическим ожиданием нормально распределенной случайной величины при 5% уровне значимости для двусторонней критической области, если в результате обработки выборки объема  $n=10$  получено выборочное среднее  $\bar{x}_B=12$  и исправленное среднее квадратичное отклонение  $S=1,1$ .

3. По двум независимым выборкам  $X$  и  $Y$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, проверить при уровне значимости  $\alpha=0,1$  нулевую гипотезу  $H_0: M(X)=M(Y)$  о равенстве двух математических ожиданий.

|       |   |   |   |    |       |   |    |    |    |
|-------|---|---|---|----|-------|---|----|----|----|
| $x_i$ | 2 | 5 | 7 | 12 | $y_i$ | 7 | 15 | 16 | 22 |
| $n_i$ | 4 | 7 | 1 | 5  | $m_i$ | 8 | 2  | 7  | 1  |

## **Вопросы к коллоквиуму №2**

1. Статистическая гипотеза.
2. Общее понятие о статистической проверке гипотез.
3. Ошибки первого и второго рода.
4. Оптимальный критерий Неймана-Пирсона для различения двух простых гипотез.
5. Проверка гипотез для одной выборки, для двух и более выборок.
6. Понятие о дисперсионном анализе.
7. Схема однофакторного дисперсионного анализа.

## **Типовые оценочные материалы по теме 7 «Критерии согласия»**

### **Варианты заданий контрольной работы №2**

1. Дано следующее распределение успеваемости 125 студентов, сдавших три экзамена:

|                         |   |   |    |    |
|-------------------------|---|---|----|----|
| Число сданных экзаменов | 0 | 1 | 2  | 3  |
| Число студентов         | 3 | 5 | 47 | 70 |



Проверить гипотезу о биномиальном распределении числа сданных экзаменов при  $\alpha=0,05$ .

2. Масса (в граммах) произвольно выбранных 30 пачек каши «Геркулес»: 503, 509, 495, 493, 489, 485, 507, 511, 487, 495, 506, 504, 507, 511, 499, 491, 494, 518, 506, 515, 487, 509, 507, 488, 495, 490, 498, 497, 492, 495.

Можно ли при уровне значимости  $\alpha=0,05$  утверждать, что случайная величина – масса пачки – подчинена нормальному закону распределения?

### **Вопросы к коллоквиуму №2**

1. Проверка гипотезы о соответствии наблюдаемых значений предполагаемому распределению (дискретному или непрерывному).
2. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова.
3. Критерии проверки гипотез об однородности двух выборок.

### **Типовые оценочные материалы по теме 8 «Проверка гипотез об однородности двух выборок»**

#### **Варианты заданий контрольной работы №2**

1. В течение месяца выборочно осуществлялась проверка торговых точек города по продаже фруктов. Результаты двух проверок по недовесам покупателям одного вида фруктов по недовесам покупателям одного вида фруктов приведены в таблице.

Можно ли считать, что на уровне значимости  $\alpha=0,05$  по результатам двух проверок недовесы фруктов описываются одной и той же функцией распределения. Решить задачу с помощью критерия: Колмогорова-Смирнова, Пирсона.

2. Знания десяти студентов проверены по двум тестам:  $A$  и  $B$ . Оценки по 100-балльной системе оказались следующими (в первой строке указано количество баллов по тесту  $A$ , а во второй – по тесту  $B$ ).

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 95 | 90 | 86 | 84 | 75 | 70 | 62 | 60 | 57 | 50 |
| 92 | 93 | 83 | 80 | 55 | 60 | 45 | 72 | 62 | 70 |

Можно ли утверждать на уровне значимости  $\alpha=0,05$ , что не существует различия между оценками двух тестов.

### **Вопросы к коллоквиуму №2**

1. Критерии хи–квадрат.
2. Критерий Колмогорова–Смирнова.
3. Ранговые критерии.

### **Типовые оценочные материалы по теме 9 «Элементы линейного регрессионного и корреляционного анализа.»**

#### **Варианты заданий контрольной работы №2**

1. Найти выборочные уравнения прямых линий регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$  по данным пяти наблюдений:

|       |      |     |     |      |      |
|-------|------|-----|-----|------|------|
| $x_i$ | 1    | 1,5 | 3   | 4,5  | 5    |
| $y_i$ | 1,25 | 1,4 | 1,5 | 1,75 | 2,25 |

Установить силу связи между величинами; найти координаты корреляционного центра; найти процент общей вариации; найти относительную погрешность вычислений; построить график данных и регрессии.

2. При  $\alpha=0,05$  проверить значимость коэффициента корреляции  $r_B=0,9132$  по выборке объемом  $n=5$ .

### **Вопросы к коллоквиуму №2**

1. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
2. Коэффициент корреляции.
3. Парная линейная регрессия.
4. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.

## **Методические материалы, позволяющие оценивать знания и умения обучающихся**

### **Критерии оценивания результатов коллоквиума**

Коллоквиум проводится на практических занятиях в форме индивидуальной беседы преподавателя с каждым обучающимся.

Преподаватель задает несколько (4-5) кратких вопросов, позволяющих выяснить степень освоения материала обучающимся.

Ответ на каждый вопрос оценивается отдельно.

Шкала оценивания:

«Отлично» - вопрос раскрыт полностью, точно обозначены основные понятия и характеристики по теме.

«Хорошо» - вопрос раскрыт, однако нет полного описания всех необходимых элементов.

«Удовлетворительно» - вопрос раскрыт не полно, присутствуют грубые ошибки, однако есть некоторое понимание раскрываемых понятий.

«Неудовлетворительно» - ответ на вопрос отсутствует или в целом не верен.

По итогам ответов на каждый вопрос выставляется общий балл за коллоквиум.

### **Критерии оценивания контрольных работ**

При проведении контрольной работы обучающимся предлагается выполнить несколько практических заданий (4-5) в соответствии с пройденными темами.

Время написания контрольной работы составляет 90 мин. (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным).

Каждое практическое задание оценивается отдельно.

Оценка «отлично» ставится, если учащийся выполнил задание в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий и требований нормативных правовых документов.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета в задании.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся выполнил задание не полностью; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

По итогам проверки каждого практического задания выставляется общий балл за выполнение контрольной работы.

## 4.2. Промежуточная аттестация

**4.2.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования**

| Код компетенции | Наименование компетенции   | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции  |
|-----------------|--|--------------------------------|--|
| ОПК ОС-1        | Способность осуществлять обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач. | ОПК ОС – 1.2                   | Способность выбирать и применять методы математической статистики в целях сбора, обработки и анализа данных. |

| Этап освоения компетенции   | Показатель оценивания  | Критерий оценивания  |
|---|--|--|
| ОПК ОС – 1.2 Способность выбирать и применять методы математической статистики в целях сбора, обработки и анализа данных. | Способен применять статистические методы для обработки собранных данных, навыки анализа данных, необходимых для решения поставленных экономических задач | Сформированы навыки анализа данных, необходимых для решения поставленных экономических задач. Использует методы математической статистики для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретирует и анализирует полученные результаты. |

#### **4.2.2. Форма и средства (методы) проведения промежуточной аттестации**

Формой промежуточного контроля после изучения дисциплины является экзамен в письменной форме.

Ответственным этапом учебного процесса является сдача промежуточная аттестация. Бесспорным фактором успешного завершения очередного семестра является кропотливая, систематическая работа студента в течение всего семестра. В этом случае подготовка к промежуточной аттестации будет являться концентрированной систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

В начале семестра рекомендуется по всем изучаемым предметам получить вопросы к промежуточной аттестации, а также использовать в процессе обучения программу, другие методические материалы, разработанные по данной дисциплине.

При подготовке к промежуточной аттестации конструктивным является коллективное обсуждение выносимых на экзамен вопросов с сокурсниками, что позволяет повысить степень систематизации и углубления знаний.

Перед последним семинаром по предмету следует составить список вопросов, требующих дополнительного разъяснения преподавателем на консультации перед промежуточной аттестацией.

#### **4.2.3. Типовые оценочные средства**

##### **Список вопросов для подготовки к экзамену**

1. Предмет математической статистики.
2. Генеральная и выборочная совокупности.
3. Статистическое распределение выборки.
4. Графическое изображение статистических рядов. Эмпирическая функция распределения.
5. Понятия статистической оценки.
6. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.
7. Выборочные числовые характеристики и их распределения.
8. Точечные оценки генеральной средней, генеральной дисперсии, начальных моментов генеральной совокупности.
9. Теорема Слуцкого.
10. Сходимость по вероятности выборочных центральных моментов.
11. Оценка математического ожидания по неравноточным наблюдениям в классе линейных функций.
12. Эффективность оценок.
13. Неравенство Рао-Фреше-Крамера.

14. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
15. Оценки максимального правдоподобия и их свойства.
16. Метод наименьших квадратов.
17. Квантили и процентные точки распределения.
18. Распределение «хи-квадрат».
19. Распределение Стьюдента.
20. Распределение Фишера-Снедекора.
21. Свойства конечной выборки из нормальной генеральной совокупности.
22. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность).
23. Доверительный интервал.
24. Интервальные оценки параметров нормального распределения.
25. Асимптотические доверительные интервалы.
26. Методы их построения.
27. Доверительный интервал для неизвестной вероятности «успеха» в схеме испытаний Бернулли.
28. Интервальные оценивания параметров показательного распределения и распределения Пуассона.
29. Доверительный интервал для разности математических ожиданий двух нормальных распределений.
30. Статистическая гипотеза.
31. Общее понятие о статистической проверке гипотез.
32. Ошибки первого и второго рода.
33. Оптимальный критерий Неймана-Пирсона для различения двух простых гипотез.
34. Проверка гипотез для одной выборки, для двух и более выборок.
35. Понятие о дисперсионном анализе.
36. Схема однофакторного дисперсионного анализа.
37. Проверка гипотезы о соответствии наблюдаемых значений предполагаемому распределению (дискретному или непрерывному).
38. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова.
39. Критерии проверки гипотез об однородности двух выборок.
40. Критерии хи-квадрат.
41. Критерий Колмогорова-Смирнова.
42. Ранговые критерии.
43. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
44. Коэффициент корреляции.

45. Парная линейная регрессия.

46. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.

**Примерные варианты экзаменационных билетов**

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**  
**по дисциплине «Математическая статистика»**

1. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.
2. Оптимальный критерий Неймана-Пирсона для различения двух простых гипотез.
3. Найти симметричный интервал, в который случайная величина, распределенная по закону Стюдента с 14-ю степенями свободы, попадет с вероятностью 0,95.
4. По двум независимым выборкам  $X$  и  $Y$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, проверить при уровне значимости  $\alpha=0,1$  нулевую гипотезу  $H_0: M(X)=M(Y)$  о равенстве двух математических ожиданий.

|       |   |   |   |    |       |   |    |    |    |
|-------|---|---|---|----|-------|---|----|----|----|
| $x_i$ | 2 | 5 | 7 | 12 | $y_i$ | 7 | 15 | 16 | 22 |
| $n_i$ | 4 | 7 | 1 | 5  | $m_i$ | 8 | 2  | 7  | 1  |

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2**  
**по дисциплине «Математическая статистика»**

1. Оценка математического ожидания по неравноточным наблюдениям в классе линейных функций.
2. Оптимальный критерий Неймана-Пирсона для различения двух простых гипотез.
3. Для заданного интервального ряда распределения найти медиану, моду, выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратичное отклонение, асимметрию и эксцесс.

| $[x_i, x_{i+1})$ | $[2,9;10,9)$ | $[10,9;18,9)$ | $[18,9;26,9)$ | $[26,9;34,9)$ | $[34,9;42,9)$ |
|------------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $n_i$            | 8            | 9             | 5             | 3             | 5             |
| $n_i^{hak}$      | 8            | 17            | 22            | 25            | 30            |

4. Проверить нулевую гипотезу о том, что заданное значение  $a_0=10$  является математическим ожиданием нормально распределенной случайной величины при 5% уровне значимости для двусторонней критической области, если в результате обработки выборки объема  $n=10$  получено выборочное среднее  $\bar{x}_B=12$  и исправленное среднее квадратичное отклонение  $S=1,1$ .



### Шкала оценивания

| Критерии оценивания   | Оценка                  |
|---|-------------------------|
| <p>Демонстрирует знание материала в полном объеме, логически правильно излагает ответы на вопросы; знает алгоритмы для проверки статистических гипотез, критерии адекватности и значимости выбранной модели или закона, обосновывает границы точности для параметров распределения; имеет навык правильного выбора и использования методов теории вероятностей и математической статистики для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретации и анализа полученных результатов.</p> | 5 (отлично)             |
| <p>Демонстрирует знание материала в полном объеме, но незначительно нарушает последовательность изложения, дает неуверенные и недостаточно полные ответы на вопросы; владеет навыками анализа данных, необходимых для решения поставленных экономических задач; умеет использования методы теории вероятностей и математической статистики для решения задач в сфере экономики.</p>   | 4 (хорошо)              |
| <p>Демонстрирует неполное знание предмета, но материал излагает фрагментарно и непоследовательно, допускает ошибки в применении метода решения, задачу решает частично; имеет затруднения при выборе алгоритмов для проверки статистических гипотез, критериев адекватности и значимости выбранной модели или закона, методов линейной алгебры для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса; не имеет навыка интерпретации и анализа полученных результатов.</p>                             | 3 (удовлетворительно)   |
| <p>Не демонстрирует усвоение основного содержания предмета, обнаруживает незнание большей части учебного материала, допускает грубые ошибки в определении понятий и при решении задач; не демонстрирует знание методов сбора и анализа информации; не умеет проводить анализ профессиональных задач.</p>  | 2 (неудовлетворительно) |

#### **4.3. Методические материалы**

##### **Процедура проведения письменного экзамена**

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине.

При проведении письменного экзамена в аудитории может одновременно находиться экзаменуемая группа в полном составе.

Экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменуемые могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя калькуляторами.

При проведении экзамена экзаменуемым предлагается ответить на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

Время написания экзаменационной работы составляет 90 мин. (по желанию экзаменуемого ответ может быть досрочным).

Изложение материала ведется в листе ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается на проверку экзаменатору.

Проверка работ выполняется экзаменатором после окончания экзамена и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний экзаменуемого экзаменатор может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на экзамен.

Оценка результатов письменного аттестационного испытания объявляется экзаменуемым в день его проведения.

#### **5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

##### **Методические указания по выполнению контрольных работ:**

Данный вид работы проверяет:

- 1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;
- 2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;
- 3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

### **Методические указания по подготовке к коллоквиуму:**

Коллоквиум – это собеседование преподавателя и учащегося по заранее определенным контрольным вопросам.

Особенность коллоквиума в том, что это не просто форма контроля, а метод углубления, закрепления знаний учащихся, так как в ходе собеседования преподаватель имеет возможность разъяснить вопросы, возникающие у учащегося в процессе подготовки.

Этот вид деятельности развивает навык осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму обучающемуся отводится 2-3 недели.

При подготовке к коллоквиуму следует:

- 1) просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся ответы на вопросы коллоквиума.;
- 2) если конспекты содержат не все ответы или часть вопросов вынесено преподавателем на самостоятельное рассмотрение, необходимо изучить содержание учебной литературы, рекомендованной преподавателем;
- 3) в случае возникновения каких-либо затруднений при подготовке следует обратиться за помощью к преподавателю.

### **Самоподготовка к практическим занятиям**

При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) тщательно изучить лекционный материал;
- 4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;

5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

- а) получение книг в научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

## **6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

### **6.1. Основная литература**

1. Фадеева Л.Н. Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций. – М.: Эксмо, 2006.

2. Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В. Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007.

### **6.2. Дополнительная литература**

1. Шведов, А.С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / А.С. Шведов. — Москва : Высшая школа экономики, 2016. — 280 с. — ISBN 978-5-7598-1301-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/100140>

2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2018. – 551 с.

### **6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.**

1. Чернова М.В. Математическая статистика: рабочая тетрадь. – М.: Издательский дом «Дело» РАНХиГС, 2020.

### **6.4. Нормативные правовые документы.**

Не предусмотрены.

### **6.5. Интернет-ресурсы.**

Не предусмотрены.

### **6.6. Иные источники**

1. Геворкян П.С., Потемкин А.В., Эйсымонт И.М. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Экономика, 2012.
2. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов: учебник, М. :ЮНИТИ, 2014.
3. Гмурман В.Е. Математическая статистика. М.: Высшая школа, 2012.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высшая школа, 2012.
5. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2011.
6. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учебник. М.: Изд-во “Дело” АНХ, 2012.
7. Сулицкий В.Н. Деловая статистика и вероятностные методы в управлении и бизнесе. М.: Изд-во “Дело” АНХ, 2012.
8. Ковалев, Е. А. Математическая статистика для экономистов : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев ; под общ. ред. Г. А. Медведева. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 284 с. — (Серия : Бакалавр и магистр. Академический курс)<https://www.biblio-online.ru/book/F5737AA6-84AD-4748-8C69-919B99F324B8>
9. Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели : учебник для бакалавров / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов ; под ред. М. С. Красса. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 541 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). <https://www.biblio-online.ru/book/59085F8E-A601-4B28-94B2-44631637F7FE>

## **7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

### **Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. [www.biblio-online.ru](http://www.biblio-online.ru) –Электронно-библиотечная система [ЭБС] Юрайт.
2. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Iprbooks».
3. <https://e.lanbook.com> - Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Лань».
4. <http://elibrary.ru/> - Научная электронная библиотекаElibrary.ru.
5. <https://new.znaniy.com> Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Znaniy.com».
6. <https://dlib.eastview.com> – Информационный сервис «EastView».
7. <https://www.jstor.org> - Jstor. Полные тексты научных журналов и книг зарубежных издательств.
8. <https://elibrary.worldbank.org> - Электронная библиотека Всемирного Банка.

9. <https://link.springer.com> - Полнотекстовые политематические базы академических журналов и книг издательства Springer.

10. <https://ebookcentral.proquest.com> - EbookCentral. Полные тексты книг зарубежных научных издательств.

11. <https://www.oxfordhandbooks.com> - Доступ к полным текстам справочников Handbooks издательства Oxford по предметным областям: экономика и финансы, право, бизнес и управление.

12. <https://journals.sagepub.com> - Полнотекстовая база научных журналов академического издательства Sage.

13. Справочно-правовая система «Консультант».

14. Электронный периодический справочник «Гарант».

**Программные, технические и электронные средства обучения и контроля знаний.**

Аудитории оснащены компьютером с выходом в интернет.

Программный продукт Microsoft Office.